

<b>Prefață</b> .....	3
<b>Notă explicativă – observații</b> .....	5
<b>Partea I. Notății, noțiuni elementare și definiții</b> <b>(algebră și geometrie)</b> .....	7
<b>Partea a II-a. Algebră</b> .....	15
Ordinea efectuării operațiilor .....	17
Ordinea efectuării parantezelor .....	17
Cifre romane și arabe .....	17
Puteri (operații cu puteri) .....	18
Numere pătrate perfecte .....	18
Numere cuburi perfecte .....	19
Modele de exerciții cu ultima cifră a numărului .....	19
Teorema împărțirii cu rest .....	21
Baze de numerație .....	21
Metode aritmetice de rezolvare a problemelor .....	23
Transformarea textului literar al problemei în text matematic ...	26
Idei generale de lucru pentru rezolvarea problemelor de algebră ..	28
Divizorii unui număr .....	32
Multiplii unui număr .....	33
Criterii de divizibilitate .....	33
Proprietățile relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ .....	34
Operații cu fracții zecimale .....	34
Fracții zecimale (transformări) .....	36
Media aritmetică .....	37
Media ponderată .....	37
Media armonică .....	37
Media geometrică (proporțională) .....	37
Unități de măsură .....	38
C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. ....	39

Numere prime între ele	40
Operații cu fracții ordinare	40
Procente	44
Proprietatea fundamentală a proporției	44
Modele de exerciții cu rapoarte și proporții	45
Modele de exerciții de divizibilitate	46
Proportionalitate directă	50
Proportionalitate inversă	50
Regula de trei simplă	50
Probabilități	51
Produs cartezian a două mulțimi	51
Opusul unui număr	51
Inversul unui număr	51
Modul (valoarea absolută)	52
Operații cu numere întregi	52
Formule de calcul prescurtat	53
Radicali (proprietăți)	54
Tipuri de exerciții cu radicali	54
Distanța dintre două puncte în plan	57
Partea întreagă și partea fracționară a unui număr	57
Funcția de gradul I	58
Idei generale de lucru pentru exerciții cu funcții de gradul I	61
Ecuția de gradul II	67
Semnul funcției de gradul I	67
Semnul funcției de gradul II	68
Maximul și minimul funcției de gradul II	68
Descompuneri în factori (metode)	69
Ecuții în $\mathbb{R}$	71
Inecuații în $\mathbb{R}$	78

Noțiuni de statistică și organizarea datelor	82
<b>Partea a III-a. Geometrie</b>	<b>85</b>
Noțiuni elementare de geometrie plană	87
Tipuri de triunghiuri	89
Figuri geometrice	90
Triunghiuri congruente	92
Cazurile de congruență a triunghiurilor	92
Cazurile de congruență a triunghiurilor dreptunghice	93
Linii importante în triunghi	93
Teorema centrului de greutate în triunghi	94
Teoreme în triunghiul echilateral și în triunghiul isoscel	95
Poligoane	95
Simetricul unui punct față de un punct	96
Simetricul unui punct față de o dreaptă	96
Criterii de paralelism	97
Suma unghiurilor în triunghi și în patrulater convex	97
Teorema unghiului de $30^\circ$	97
Teorema medianei într-un triunghi dreptunghic	98
Formula medianei	98
Teorema unghiului exterior triunghiului	99
Relația dintre bisectoarea interioară și cea exterioară	99
Linia mijlocie în triunghi	100
Linia mijlocie în trapez	100
Arii (suprafețe)	101
Triunghiuri asemenea	102
Diagonala pătratului și a cubului	102
Cazurile de asemănare a triunghiurilor	103
Teorema lui Thales	104
Teorema fundamentală a asemănării	104

Teorema înălțimii . . . . .	105
Teorema catetei . . . . .	105
Teorema lui Pitagora . . . . .	105
Elemente de trigonometrie . . . . .	106
Teorema unghiului de $15^\circ$ . . . . .	106
Cercul . . . . .	107
Lungimea arcului de cerc . . . . .	109
Aria sectorului de cerc . . . . .	109
Patrulater înscrisibil . . . . .	109
Raza cercului circumscris triunghiului . . . . .	110
Raza cercului înscris triunghiului . . . . .	110
Schemă de lucru pentru triunghiul echilateral . . . . .	110
Schemă de lucru pentru pătrat . . . . .	111
Idei generale de lucru pentru probleme de geometrie plană . . . . .	111
Noțiuni de geometrie în spațiu . . . . .	115
Prisme studiate în clasa a VIII-a . . . . .	121
Piramide studiate în clasa a VIII-a . . . . .	121
Trunchiuri de piramidă studiate în clasa a VIII-a . . . . .	122
Teorema celor trei perpendiculare . . . . .	122
Formule corpuri geometrice . . . . .	123
Scheme generale de lucru pentru probleme cu piramide regulate . . . . .	125
Scheme de lucru pentru unghiuri și distanțe în piramida triunghiulară regulată și piramida patrulateră regulată . . . . .	126

7) Diferența dintre  $\frac{2}{3}$  din 18 și 5% din 8  $\Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 18 - \frac{2}{100} \cdot 8$

8) Câtul numerelor  $x$  și  $y \Rightarrow x : y$

9) Suma numerelor  $x$  și  $y \Rightarrow x + y$

10) Înseamnă; este; a fost; va fi; reprezintă; obținem  $\Rightarrow =$

11) Cu  $x$  mai mult **decât**  $y \Rightarrow y + x$

12) Cu  $x$  mai puțin **decât**  $y \Rightarrow y - x$

13) De  $x$  ori mai mult **decât**  $y \Rightarrow y \cdot x$

14) De  $x$  ori mai puțin **decât**  $y \Rightarrow y : x$

15) Împărțiți numărul 253 în părți direct proporționale cu numerele

3; 7; 5 și 2  $\Rightarrow \{x; y; z; m\}$  d.p.  $\{3; 7; 5; 2\}$  deci  $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5} = \frac{m}{2}$

$$x + y + z + m = 253$$

$$x; y; z; m = ?$$

16) Împărțiți numărul 114 în părți invers proporționale cu numerele

4; 5 și 2  $\Rightarrow \{x; y; z\}$  i.p.  $\{4; 5; 2\}$  deci  $x \cdot 4 = y \cdot 5 = z \cdot 2$

$$x + y + z = 114$$

$$x; y; z = ?$$

17) Un turist a parcurs în prima zi un sfert din tot drumul pe care-l avea de parcurs  $\Rightarrow$  tot drumul:  $x = ?$  (dacă se cere)

$$\text{zi 1: } \frac{1}{4} \cdot x$$

**sau:** tot drumul: 276 km (de exemplu, dacă se dă)

$$\text{zi 1: } \frac{1}{4} \cdot 276$$

## Idci generale de lucru pentru rezolvarea problemelor de algebră

**1) Se scriu datele problemei pe scurt**, adică se transformă textul literar al problemei în text matematic, apoi datele se „leagă“ într-un mod firesc.

**2) Se pune semnul întrebării la cerința problemei** pentru ca la final să se aibă în vedere a se răspunde la întrebarea problemei.

**3) Problemele cu vârste** se rezolvă în următorul stil, pentru ca o problemă considerată „grea“ să devină „ușoară“:

- *Prezent: se scriu personajele și vârstele lor.*

Dacă există o relație simplă între aceste vârste, este de preferat să se treacă direct legătura dintre acestea, pentru a avea cât mai puține necunoscute.

### De exemplu:

„Mama este cu 2 ani mai mică decât tatăl.“

⇒ Mama:  $x - 2$  ani

Tata:  $x$  ani

• În unele probleme apar informații legate doar de vârstele personajelor din prezent. În aceste situații, după *prezent*, cu personajele și vârstele lor, se scrie ecuația care „răsare“, „legând“ într-un mod firesc datele problemei.

### Exemplu:

*Mama este cu 28 de ani mai mare decât fiul ei, iar tatăl este cu doi ani mai mare decât mama. Aflați vârstele fiecăruia știind că suma vârstelor lor este de 64 de ani.*

**Rezolvare:**

*Prezent:*

*fiu:  $x$  ani = ? ani*

*mamă:  $x + 28$  ani = ? ani*

*tată:  $x + 28 + 2$  ani = ? ani*

$x + x + 28 + x + 28 + 2 = 64$

$3x + 58 = 64 \Rightarrow 3x = 64 - 58 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow$

$x = 6 : 3 = \underline{2}$  (ani fiul)  $\Rightarrow x + 28 = 2 + 28 = \underline{30}$  (ani mama)

și  $x + 28 + 2 = 2 + 28 + 2 = \underline{32}$  (ani tatăl)

• În alte probleme apar informații de genul: „peste 3 ani...” sau „în urmă cu 2 ani...” sau „peste câți ani...”.

În aceste situații se procedează astfel: dacă în problemă apare, de exemplu, exprimarea „în urmă cu 5 ani...” după ce a fost scris *prezent* cu personajele și vârstele lor, se scrie *în urmă cu 5 ani* cu personajele și noile vârste, în primă fază, fără a citi și a încerca să se realizeze „legătura” dintre vârste exprimate în textul problemei.

**Exemplu:**

*Mama este cu 29 de ani mai mare decât fiica ei. Aflați vârsta mamei și vârsta fiicei, dacă în urmă cu 5 ani vârsta mamei a fost cu 9 ani mai mare decât triplul vârstei fiicei.*

**Rezolvare:**

*Prezent:*

*fiică:  $x$  ani = ? ani*

*mamă:  $x + 29$  ani = ? ani*

*În urmă cu 5 ani:*

*fiică:  $x - 5$  ani*

## Noțiuni elementare de geometrie plană

Respect pentru oameni și cărți

**Figură geometrică**  $\Rightarrow$  în plan (ex.: triunghiul, pătratul, paralelogramul, romb, cercul)

**Corpuri geometrice**  $\Rightarrow$  în spațiu (ex.: prisma, piramida, conul)

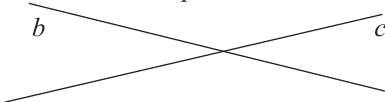
**Puncte coliniare** = puncte care se găsesc pe aceeași dreaptă (există o dreaptă care să le conțină)



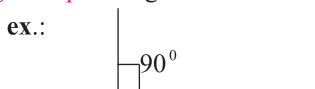
**Drepte paralele** = drepte situate în același plan, care nu se intersectează oricât le-am prelungi, adică nu au niciun punct comun.



**Drepte concurente** = drepte care se intersectează



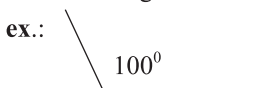
**Unghi drept** = unghi de  $90^\circ$



**Unghi ascuțit** = unghi mai mic de  $90^\circ$  (dar mai mare de  $0^\circ$ )



**Unghi obtuz** = unghi mai mare de  $90^\circ$  (dar mai mic de  $180^\circ$ )



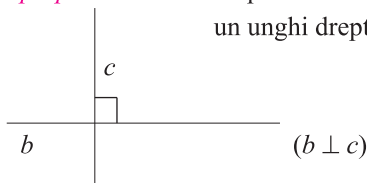
**Unghi alungit** = unghi de  $180^{\circ}$

$180^{\circ}$

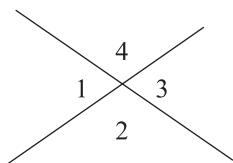


**Unghi nul** = unghi de  $0^{\circ}$

**Drepte perpendiculare** = drepte concurente care formează un unghi drept



**Unghiuri opuse la vârf** (formate de două drepte concurente)



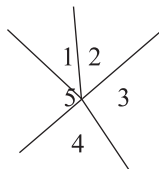
$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$  (unghiuri opuse la vârf)

$\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4$  (unghiuri opuse la vârf)

**Unghiuri în jurul unui punct**

(suma lor este de  $360^{\circ}$ )

$$\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 + \sphericalangle 4 + \sphericalangle 5 = \sum \rightarrow \infty^{\circ}$$



**Unghi propriu** =  $\sphericalangle$  drept,  $\sphericalangle$  ascuțit sau  $\sphericalangle$  obtuz

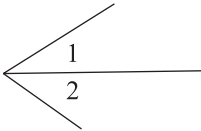
**Unghi impropriu** = unghi alungit sau unghi nul

**Unghiuri complementare** = două unghiuri a căror sumă este de  $90^{\circ}$

**Unghiuri suplementare** = două unghiuri a căror sumă este de  $180^{\circ}$

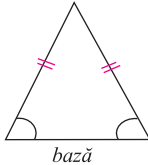
**Unghiuri adiacente** = două unghiuri care au același vârf, o latură comună, iar laturile necomune situate de o parte și de alta a laturii comune.

$\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 2 \Rightarrow$  unghiuri adiacente

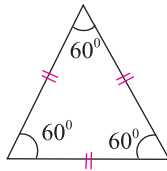


### Tipuri de triunghiuri

**1. Triunghi isoscel** = triunghi care are două laturi congruente.



**2. Triunghi echilateral** = triunghi care are toate laturile congruente.



**3. Triunghi oarecare** (scalen) = triunghi care are toate laturile diferite.

